

Examen de mécanique du solide (session 2)

Mercredi 10 juin 2009 (1 heure)

Les calculatrices ne sont pas autorisées.

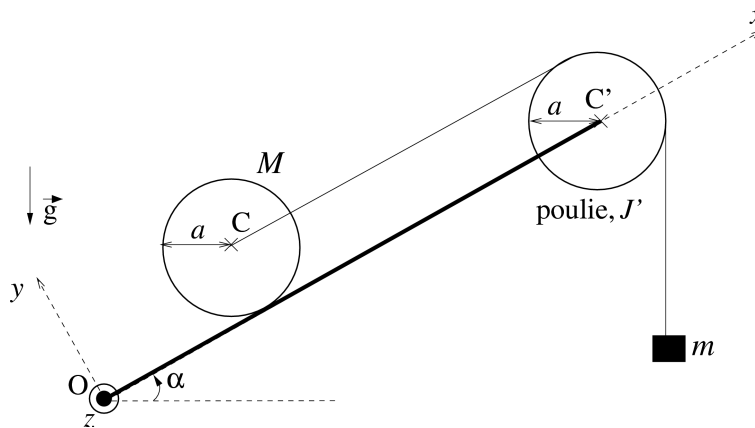
Question de cours :

Énoncer et démontrer le théorème de König pour le moment cinétique.

Indication : Ce théorème permet de calculer le moment cinétique \vec{L}_A d'un système en un point A dans le référentiel (R) à partir du moment cinétique dans le référentiel barycentrique (R*).

Exercice : Mouvement d'un disque tiré le long d'un plan incliné

Un disque plein homogène de centre C, de rayon a et de masse M, roule sans glisser le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné faisant un angle α par rapport à l'horizontale. On supposera que l'axe du disque reste horizontal (disque vertical). En son centre est attaché un fil inextensible, sans masse, parallèle à la ligne de plus grande pente du plan incliné. Le fil passe dans la gorge d'une poulie de rayon $a' = a$ et de centre C'. Le fil ne glisse pas sur la poulie. L'autre extrémité du fil est attachée à un solide de masse m suspendu dans le vide. On note J' le moment d'inertie de la poulie par rapport à son axe. Le disque et la poulie peuvent tourner librement (sans frottement) autour de leurs axes respectifs. Initialement, le système est immobile.



- Montrer que le moment d'inertie J du disque par rapport à son axe (C,z) est $J = \frac{Ma^2}{2}$.
- Soient ω la vitesse angulaire du disque et ω' celle de la poulie. Quelle relation existe-t-il entre ces vitesses angulaires et la vitesse du centre C du disque ?
- Soient \vec{T}_1 la force du fil sur le disque et \vec{T}_2 la force du fil sur la masse m. En appliquant le théorème du moment cinétique à la poulie, déterminer une relation entre les normes de ces deux forces.
- Calculer l'accélération du centre C du disque en fonction de M, m, J, J', a et α , par deux méthodes différentes :
 - En utilisant le principe fondamental de la dynamique et le théorème du moment cinétique appliqués au disque et/ou à la masse m.
 - En utilisant un théorème d'énergie.
- A quelle condition le disque monte-t-il ?
- On suppose maintenant que la poulie est idéale ($J' = 0$) et que $M = m$. On note μ le coefficient de frottement statique du disque sur le plan. A quelle condition le disque ne glisse-t-il pas sur le plan incliné ?